**Séquence 13**

**Représenter et caractériser les droites du plan**

**Contenu :**

* Vecteur directeur d’une droite.
* Equation de droite (cartésienne, réduite).
* Pente d’une droite.

**Dans tout le chapitre, on se place dans un repère orthonormé** $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right).$

I. Vecteurs directeurs et équations cartésiennes

A. Vecteur directeur d’une droite

Activité 1 (livre scolaire p. 218) : découvrir la notion de vecteur directeur

Définition : On appelle vecteur directeur d’une droite $d$ tout représentant du vecteur $\vec{AB}$ où A et B sont deux points quelconques distincts de la droite $d.$

Une droite a une infinité de vecteurs directeurs, tous colinéaires deux à deux.

Exemple :

Application : Soient trois points $A\left(1;5\right)$ , $B\left(-3;2\right)$ et $C\left(2;-1\right)$ dans un repère orthonormé. Déterminer un vecteur directeur de la droite $\left(BC\right)$.

B. Equation cartésienne de droites

Activité 1 p. 180 : introduction de la notion d’équation cartésienne d’une droite

Théorème : Dans un repère orthonormé, les coordonnées de l’ensemble des points $M\left(x;y\right)$ d’une droite vérifient une relation $ax+by+c=0$, où $a$ $,b$ et $c$ sont des nombres réels.

**Démonstration :**

Définition : La relation $ax+by+c=0$ s’appelle **équation cartésienne** de la droite $d$.

Propriété : Le vecteur $\left(-b;a\right)$ est un vecteur directeur de la droite d’équation $ax+by+c=0$.

Si $a$ $,b$ et $c$ sont trois réels tels que $a$ et $b$ sont différents de 0, alors l’ensemble des points M de coordonnées $\left(x;y\right)$ telles que $ax+by+c=0$ est une droite.

**Démonstration :**

Exemple d’application : déterminer une équation cartésienne de la droite passant par $A\left(2;1\right)et$ $B\left(7;3\right)$.

Exercices d’applications :

II. Coefficient directeur et équation réduite

A. Coefficient directeur d’une droite

Activité 2 p. 180 : découverte de la notion de pente d’une droite

Théorème : Une droite $d$ d’équation $ax+by+c=0$ où $b\ne 0$ possède un vecteur directeur de coordonnés $\left(1;m\right)$ avec $m=-\frac{a}{b}$ .

**Démonstration :**

Définition : Le nombre $m$ s’appelle **coefficient directeur** ou **pente** de la droite $d$.

Exemple : donner le coefficient directeur de la droite $d$ d’équation $3x+2y-11=0$.

Méthode de détermination graphique du coefficient directeur :

B. Equation réduite d’une droite

Théorème : Soit une droite $d$ de coefficient directeur $m$. Il existe un unique nombre $p$ tel que l’équation de $d$ s’écrit $y=mx+p$.

**Démonstration :**

Définition : L’équation $y=mx+p$ s’appelle **équation réduite** de la droite $d$.

$m$ est la pente de la droite (ou le coefficient directeur) et $p$ est l’ordonnée à l’origine.

Propriété : Dans un repère, soient deux points $A(x\_{A};y\_{A})$ et $B(x\_{B};y\_{B})$, avec $x\_{A}\ne x\_{B}$. La pente de la droite $\left(AB\right)$ est :

$$m=\frac{y\_{B}-y\_{A}}{x\_{B}-x\_{A}}$$

**Démonstration :**

Exemple : Donner le coefficient directeur de la droite passant par $A\left(1;3\right)$ et $B\left(4;5\right)$ puis donner son équation réduite.

Exercices d’application : 68 p 195